



Rapport Technique No. GIDE-01-2014

**Equilibres difficiles**

par

JEAN-MARC BERNARD

GIDE

<jeanmarc@gide.net>

**GIDE**

*17 rue La Noue Bras de Fer  
44200 Nantes, France*

28 février 2014

# Equilibres difficiles

Jean-Marc BERNARD

GIDE

<jeanmarc@gide.net>

28 février 2014

## Résumé

Dans la construction du plan (design) d'un Trade-off, on est amené à construire des "produits" en combinant divers attributs. Lorsque qu'aucune combinaison de modalités des attributs n'est prohibée, il est facile de parvenir à équilibrer les attributs présentés. Mais, dès que des prohibitions sont imposées, alors tous les équilibres souhaitables ne sont pas réalisables simultanément.

## Le contexte

Dans les études de marché, les méthodes de Trade-off sont couramment utilisées pour mesurer l'importance relative de divers attributs caractérisant des produits existants ou futurs, et l'importance relative des modalités de ces attributs. Une méthode particulière — l'analyse CBC (*i.e.* Choice Based Conjoint analysis) — consiste à présenter à chaque répondant une série de planches. Chaque planche est composée de plusieurs produits que le répondant doit évaluer (*e.g.* indiquer le produit préféré, classer les produits, *etc.*). Les produits sont eux-même définis en termes d'attributs, chacun pouvant prendre plusieurs valeurs parmi un ensemble de modalités.

## Recherche d'équilibre

Génériquement, on notera  $A$ ,  $B$ , *etc.* les attributs, et  $\{a_1, a_2, \dots\}$ ,  $\{b_1, b_2, \dots\}$ , *etc.* leurs modalités. Considérons le cas simple où chaque produit est défini par seulement deux attributs,  $A$  et  $B$ . Si  $A$  et  $B$  ont chacun  $k_A = 3$  et  $k_B = 3$  modalités <sup>1</sup>, *i.e.*

$$\begin{aligned} A &= \{a_1, a_2, a_3\} \\ B &= \{b_1, b_2, b_3\}, \end{aligned}$$

et que toutes les combinaisons de  $A$  et  $B$  sont autorisées, il y aura  $k_A \times k_B = 9$  produits possibles, soit

$$PRO = \{a_1b_1, a_1b_2, a_1b_3, a_2b_1, a_2b_2, \dots\}.$$

Notons  $n$  le nombre de produits présentés à un répondant (ou à un ensemble de répondants). On peut chercher divers équilibres concernant ces  $n$  produits :

- équilibre sur  $A$ , *i.e.* autant de fois la modalité  $a_1$ , que la modalité  $a_2$ , *etc.*, parmi les  $n$  produits présentés ;

---

<sup>1</sup>Ce texte est illustré avec ce mini-exemple de deux attributs à 3 modalités chacun, mais énonce des règles à caractère général.

- équilibre sur  $B$ , *i.e.* autant de fois la modalité  $b1$ , que la modalité  $b2$ , *etc.*, parmi les  $n$  produits présentés ;
- équilibre sur  $PRO$ , *i.e.* autant de produits  $a1b1$ , que de  $a1b2$ , *etc.*, parmi les  $n$  produits présentés.

Bien sûr, si  $n$  n'est pas divisible par  $k_A$ ,  $k_B$  ou  $k_A \times k_B$  selon le cas, l'équilibre ne peut qu'être approximatif (à une unité près). Ecartons ce détail, et plaçons nous dans la situation où  $n$  est un multiple du nombre de produits possibles; il est alors possible de chercher à réaliser strictement chacun des équilibres ci-dessus.

## Cas sans prohibition

Dans la situation où il n'y a aucune *prohibition*, c'est-à-dire où aucune combinaison de modalités n'est interdite, il est possible d'équilibrer sur l'attribut  $A$ , sur l'attribut  $B$ , sur  $A$  et sur  $B$ , ou bien encore sur les produits  $PRO = A \times B$ . Les tableaux qui suivent montrent trois possibilités d'équilibre, sur  $A$ , sur  $A$  et  $B$  simultanément, et sur  $PRO$ .

	$b1$	$b2$	$b3$	
$a1$	8	12	10	30
$a2$	7	14	9	30
$a3$	9	12	9	30
	24	38	28	90

	$b1$	$b2$	$b3$	
$a1$	8	13	9	30
$a2$	11	7	12	30
$a3$	11	10	9	30
	30	30	30	90

	$b1$	$b2$	$b3$	
$a1$	10	10	10	30
$a2$	10	10	10	30
$a3$	10	10	10	30
	30	30	30	90

Comme on le voit dans ces exemples, l'équilibre sur  $PRO$  entraîne obligatoirement l'équilibre sur chacun des attributs (tableau droit), mais la réciproque n'est pas vraie : le tableau central montre un cas d'équilibre sur  $A$  et  $B$  simultanément, sans avoir l'équilibre sur  $PRO$ .

Ainsi, pour la construction du design d'un trade-off, il suffira de rechercher l'équilibre (ou le quasi-équilibre) selon  $PRO$  pour avoir tous les autres équilibres.

## Cas avec prohibitions

Il en va différemment du cas où des prohibitions existent ; tous les équilibres ne sont pas atteignables simultanément. Prenons à nouveau l'exemple de deux attributs  $A$  et  $B$  avec  $k_A = 3$  et  $k_B = 3$ , mais avec prohibition de la combinaison (donc du produit)  $a1b1$ . Le nombre de produits possibles  $PRO$  vaut alors  $9 - 1 = 8$ .

Les tableaux qui suivent montrent trois possibilités d'équilibre, sur  $A$ , sur  $A$  et  $B$  simultanément, et sur  $PRO$ .

	$b1$	$b2$	$b3$	
$a1$	■	15	15	30
$a2$	10	10	10	30
$a3$	10	10	10	30
	20	35	35	90

	$b1$	$b2$	$b3$	
$a1$	■	15	15	30
$a2$	15	8	7	30
$a3$	15	7	8	30
	30	30	30	90

	$b1$	$b2$	$b3$	
$a1$	■	10	10	20
$a2$	10	10	10	30
$a3$	10	10	10	30
	20	30	30	80

Mais, à la différence du cas sans prohibition, certains équilibres d'un côté entraînent nécessairement des déséquilibres d'un autre côté :

- l'équilibre sur  $A$  entraîne un déséquilibre sur  $PRO$  (tableau gauche) ;
- l'équilibre sur  $A$  et  $B$  simultanément reste possible, mais entraîne un déséquilibre encore plus grand sur  $PRO$  (tableau central) ;
- l'équilibre sur  $PRO$  entraîne nécessairement un déséquilibre sur  $A$  et sur  $B$  (tableau droit).

Les recherches d'équilibres conjointes deviennent de plus en plus délicates lorsque le nombre de prohibitions augmentent. Les trois exemples qui suivent en donnent une illustration.

	<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>b3</i>	
<i>a1</i>	■	■	30	30
<i>a2</i>	15	15	0	30
<i>a3</i>	15	15	0	30
	30	30	30	90

	<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>b3</i>	
<i>a1</i>	■	■	30	30
<i>a2</i>	■	30	0	30
<i>a3</i>	30	0	0	30
	30	30	30	90

	<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>b3</i>	
<i>a1</i>	■	■	30	30
<i>a2</i>	■	■	30	30
<i>a3</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	30
	<i>x</i>	<i>y</i>	60+ <i>z</i>	90

Les tableaux gauche et central montrent qu'avec deux, puis trois, prohibitions, on peut encore obtenir l'équilibre conjoint sur *A* et *B*, mais au prix d'un énorme déséquilibre sur *PRO* : certains produits possibles doivent ne pas être utilisés (cases d'effectif 0). Le tableau droit, avec quatre prohibitions, montre un cas plus extrême encore où la recherche d'un équilibre sur *A* entraîne obligatoirement un déséquilibre sur *B* : la modalité *b3* ne peut qu'être sur-représentée par rapport *b1* et *b2*.

## En guise de conclusion

Pour la construction du design d'un trade-off, lorsqu'il existe des prohibitions entre modalités des attributs, un choix doit être fait : soit chercher l'équilibre sur les produits possibles *PRO*, soit chercher l'équilibre sur tel ou tel attribut, *A*, et/ou *B* et/ou *C*, *etc.*.

Dans la seconde option, il peut être nécessaire de spécifier un ordre de priorité des équilibres à rechercher. Si l'équilibre sur un seul attribut, *e.g.* *A* est toujours réalisable, on vient de voir que l'équilibre conjoint sur *A* et *B* peut ne pas être atteignable. On pourra alors spécifier quelque chose du genre : équilibre strict sur *A*, puis meilleur équilibre possible sur *B*, puis meilleur équilibre possible sur *C*, *etc.*. [Les "meilleurs" équilibres successifs seront typiquement de plus en plus éloignés de l'équilibre strict.]

L'algorithme de construction implémenté par *GIDE* permet quant à lui un réglage de la recherche d'équilibre entre les deux extrêmes suivants :

- l'équilibre sur *PRO*, l'ensemble des produits possibles ;
- le meilleur équilibre possible sur les attributs *A*, *B*, *C*, *etc.*, sans les hiérarchiser et sans chercher un équilibre strict sur aucun d'entre eux.